

ANALISIS HUBUNGAN DAN PEMODELAN LUAS PANEN PADI DENGAN INDIKATOR *EL-NINO SOUTHERN OSCILLATION (ENSO)* DI KABUPATEN BOJONEGORO MELALUI PENDEKATAN *COPULA* DAN REGRESI *ROBUST M-ESTIMATION*

Jauhara Rana Budiani, Sutikno, Purhadi
Jurusan Statistika, FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111
e-mail: sutikno@statistika.its.ac.id, purhadi@statistika.its.ac.id

Abstrak— *Bojonegoro merupakan salah satu daerah lumbung padi di Indonesia. Perairan sawah padi di Bojonegoro masih bergantung pada ketersediaan air hujan. Jika curah hujan tinggi akan berakibat banjir, sedangkan pada musim kemarau akan mengalami kekeringan. Upaya untuk meminimalkan kerugian akibat banjir atau kekeringan adalah dengan mengetahui karakteristik hubungan serta pemodelan produksi padi dengan faktor iklim yaitu El-Nino Southern Oscillation (ENSO). Data luas panen padi dan indikator ENSO memiliki nilai yang ekstrim sehingga asumsi kenormalan seringkali terlanggar. Penelitian ini menggunakan pendekatan Copula untuk mengidentifikasi hubungan antar variabel, karena tidak terlalu ketat dalam asumsi distribusi variabel. Pemodelan yang digunakan untuk mengatasi data ekstrim atau outlier adalah regresi robust M-estimation. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dependensi antara luas panen padi dan indikator ENSO 3.4 sebagian besar mengikuti Copula Clayton yang memiliki tail dependensi di bawah, artinya kejadian ekstrim SST Nino 3.4 bernilai rendah dan luas panen padi di Bojonegoro yang diperoleh akan semakin kecil maka hubungannya semakin erat, terutama pada periode 3. Pada pemodelan dengan regresi Robust M-Estimation menunjukkan nilai koefisien determinasi yang masih kecil yaitu pada periode 1 sebesar 33,94%, periode 2 sebesar 16,63%, dan periode 3 sebesar 16,72%.*

Kata kunci— ENSO, luas panen padi, Copula, Robust M-Estimation

I. PENDAHULUAN

Bojonegoro merupakan salah satu daerah lumbung padi di Indonesia dengan produksi padi pada tahun 2014 mencapai 853.237 ton dari luasan areal seluas 150.962 hektar [1]. Bupati Bojonegoro menargetkan produksi padi tahun 2015 meningkat hingga satu juta ton, untuk meningkatkan produktivitas padi harus didukung beberapa faktor salah satunya ketersediaan air. Perairan sawah padi di Bojonegoro disediakan oleh irigasi sungai Bengawan Solo yang bergantung pada ketersediaan air hujan. Jika curah hujan tinggi akan berakibat banjir, sehingga areal sawah padi juga mengalami banjir, sebaliknya jika pada musim kemarau akan mengalami kekeringan. Kedua kondisi tersebut berdampak pada kegagalan panen padi.

Produksi padi bergantung pada ketersediaan air curah hujan erat kaitannya dengan faktor iklim terutama kejadian ekstrim El-Nino dan La-Nina atau disebut juga fenomena El-Nino Southern Oscillation (ENSO). El Nino berpengaruh terhadap curah hujan pada saat musim

peralihan dari musim kemarau ke musim hujan di Indonesia. Akibat faktor iklim yang ekstrim tersebut kegagalan panen padi masih sering terjadi. Upaya untuk meminimalkan kerugian akibat banjir atau kekeringan adalah mengetahui karakteristik hubungan serta dilakukan pemodelan pada produksi padi dan faktor iklim (ENSO). Pemodelan dilakukan untuk dapat mengetahui periode yang optimal dalam produksi padi. Pemodelan dilakukan untuk dapat mengetahui periode yang optimal dalam produksi padi, sehingga dapat dijadikan sebagai peringatan dini untuk mencegah puso.

Metode identifikasi hubungan yang sering digunakan adalah korelasi Pearson dan regresi OLS (Ordinary Least Square). Metode tersebut digunakan jika data memenuhi asumsi distribusi normal. Data luas panen padi dan indikator ENSO memiliki nilai yang ekstrim, sehingga asumsi kenormalan seringkali terlanggar. Metode yang dapat mengatasi permasalahan ini adalah pendekatan copula. Copula merupakan metode untuk mengidentifikasi hubungan antar variabel yang tidak terlalu ketat dalam asumsi distribusi variabel. Selain itu copula dapat menunjukkan hubungan dependensi titik-titik ekstrim. Copula adalah suatu fungsi dari distribusi multivariat yang masing-masing mempunyai fungsi distribusi marginal [2].

Dalam penelitian ini tidak hanya mencari hubungan luas panen padi dan indikator ENSO, namun dilanjutkan hingga pemodelan antara luas panen padi dan indikator ENSO. Pemodelan yang sering dilakukan adalah menggunakan regresi OLS, metode tersebut memerlukan asumsi klasik yang harus dipenuhi. Metode yang dapat mengatasi masalah pemodelan dengan data ekstrim atau outlier adalah regresi robust M-estimation. Pada pemodelan ini digunakan estimasi M-estimation merupakan estimasi parameter regresi robust yang meminimumkan fungsi objektif. M-estimation dikenal memiliki efisiensi yang tinggi dalam mengestimasi parameter. Estimator regresi robust M-estimation mempunyai kehandalan yang tinggi pada data yang memiliki titik leverage dan outlier pada variabel X dan Y [3].

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Copula

Copula digunakan untuk menganalisis hubungan antar variabel random yang tidak diketahui distribusinya. Copula adalah fungsi distribusi multivariat untuk fungsi distribusi marginal dengan masing-masing variabel

berdistribusi uniform [2]. Copula pertama kali diperkenalkan oleh Sklar (1959), dalam teorema Sklar copula menjelaskan struktur hubungan fungsi distribusi multivariat dengan distribusi marginalnya.

Apabila terdapat vektor random (X_1, X_2, \dots, X_m) memiliki fungsi distribusi kumulatif marginal $F_{X_1}, F_{X_2}, \dots, F_{X_m}$ dengan domain \mathbf{R} yang tidak turun, yaitu $F_{X_j}(-\infty) = 0$ dan $F_{X_j}(\infty) = 1$, maka sesuai Teorema Sklar (1959) distribusi bersamanya adalah.

$$F_{(X_1, X_2, \dots, X_m)}(x_1, x_2, \dots, x_m) = C_{(X_1, X_2, \dots, X_m)}(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_m}(x_m)) \quad (1)$$

Dimana $C_x : [0,1] \times \dots \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ merupakan distribusi bersama dari transformasi variabel random $U_j = F_{X_j}(X_j)$

untuk $j = 1, 2, \dots, m$, dengan U_j berdistribusi marginal Uniform. Jika fungsi distribusi marginal $F_{X_j}(X_j)$

kontinu, maka $C_{(X_1, X_2, \dots, X_m)}$ adalah unik, dapat ditunjukkan pada persamaan berikut.

$$C_{(X_1, X_2, \dots, X_m)}(u_1, u_2, \dots, u_m) = \int_0^{u_1} \int_0^{u_2} \dots \int_0^{u_m} c_{(X_1, X_2, \dots, X_m)}(u_1, u_2, \dots, u_m) du_1 du_2 \dots du_m \quad (2)$$

dengan $C(\cdot)$ adalah fungsi kumulatif Copula dan $c(\cdot)$ adalah persamaan densitas Copula.

B. Transformasi Copula ke Domain $U[0,1]$

Langkah yang dilakukan untuk analisis hubungan antar variabel random dengan Copula adalah melakukan transformasi dari data ke domain Uniform $[0,1]$. Distribusi marginal variabel random X_i yang tidak diketahui dinyatakan dalam persamaan 3 sebagai berikut.

$$F_{X_j}(x_j) = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n 1(X_j^{(i)} \leq x_j); x_j \in R \quad (3)$$

Transformasi data asli ke domain Uniform $[0,1]$ dilakukan dengan membuat *scatterplot* transformasi $[0,1]$, dengan membuat rank plot untuk X_j seperti pada persamaan 4 sebagai berikut.

$$\left(\left(\frac{R_1^{(i)}}{n+1} \right), \left(\frac{R_2^{(i)}}{n+1} \right), \dots, \left(\frac{R_m^{(i)}}{n+1} \right) \right); 1 \leq i \leq n \quad (4)$$

dengan $R_1^{(i)}, R_2^{(i)}, \dots, R_m^{(i)}$ adalah rank dari X_1, X_2, \dots, X_m yang sebelumnya sudah diubah dalam bentuk matriks. Sesuai transformasi copula pada persamaan 5 berikut.

$$C(u_1, \dots, u_m) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1 \left(\frac{R_1^{(i)}}{n+1} \leq u_1, \dots, \frac{R_m^{(i)}}{n+1} \leq u_m \right), \quad (5)$$

$$u_1, \dots, u_m \in (0,1)$$

dengan 1(.) pada persamaan (3) dan (5) merupakan fungsi indikator jika masing-masing $X_j^{(i)} \leq x_j$ dan

$$\frac{R_j^{(i)}}{n+1} \leq u_j, i = 1, 2, \dots, m \quad [4].$$

C. Keluarga Copula

Keluarga Copula yang paling populer digunakan adalah Copula Gaussian dan Copula Archimedean. Copula Gaussian atau Copula Normal diperoleh dari tranformasi variabel random ke distribusi normal standar. Fungsi Copula Normal adalah:

$$C(u_0, u_1, \dots, u_m) = F_{N(0, \Sigma)}(F_{N(0,1)}^{-1}(u_0), F_{N(0,1)}^{-1}(u_1), \dots, F_{N(0,1)}^{-1}(u_m)) \quad (6)$$

$$\text{dengan } \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1,m+1} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2,m+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m+1,1} & \sigma_{m+1,2} & \dots & \sigma_{m+1,m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1,m+1} \\ \sigma_{21} & 1 & \dots & \sigma_{2,m+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m+1,1} & \sigma_{m+1,2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Jika Copula Normal digunakan pada distribusi normal multivariat, maka diasumsikan hubungannya linear [5].

Tabel 1. Generator Copula Archimedean

Keluarga	Generator $\phi(u)$	Copula Bivariat $C(u_1, u_2)$
Clayton	$\frac{u^{-\theta} - 1}{\theta}, \theta \in (0, \infty)$	$(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$
Gumbel	$(-\log(u))^\theta, \theta \in [1, \infty)$	$\exp\left\{-\left[(-\log(u_1))^\theta + (-\log(u_2))^\theta\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\}$
Frank	$\log\left(\frac{e^{\theta u} - 1}{e^\theta - 1}\right), \theta \in R \setminus \{0\}$	$\frac{1}{\theta} \log\left(1 + \frac{(e^{\theta u_1} - 1)(e^{\theta u_2} - 1)}{e^\theta - 1}\right)$

Keluarga Copula Archimedean memiliki tail dependensi yang berbeda satu sama lain, Copula Clayton mempunyai tail dependensi di bagian bawah, Copula Frank tidak mempunyai tail dependensi, dan Copula Gumbel mempunyai tail dependensi di bagian atas. generator dari masing-masing Copula disajikan pada Tabel 1[6].

D. Estimasi Parameter

Estimasi parameter Copula didapatkan dengan Maximum Like-lihood Estimation (MLE) (Mikosch, 2008). Fungsi loglikelihood pada estimasi parameter Copula Archimedean dengan MLE tidak dapat menghasilkan bentuk yang *closed form*. Sebagai alternatif prosedur estimasi parameter untuk Copula Archimedean dapat menggunakan pendekatan Tau Kendall. Estimasi parameter untuk Copula Archimedean dengan pendekatan Tau Kendall dapat ditulis sebagai berikut [7].

$$\hat{\tau}_C = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\phi(u)}{\phi'(u)} du \quad (7)$$

Berdasarkan persamaan (7) pendekatan Tau Kendall untuk masing-masing Copula Clayton, Frank, dan Gumbel ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Estimasi Parameter Copula Archimedean

No.	Keluarga	Estimasi $\hat{\theta}$
1	Clayton	$\hat{\tau} = \frac{\theta_c}{\theta_c + 2}$, maka $\hat{\theta}_C = \frac{2\hat{\tau}}{1-\hat{\tau}}$
2	Gumbel	$\hat{\tau} = 1 - \frac{1}{\theta_g}$, maka $\hat{\theta}_G = \frac{1}{1-\hat{\tau}}$
3	Frank	$\hat{\tau} = 1 - 4(1 - D_1(\theta_f)) / \theta_f$ $D_k(x) =$ fungsi Debye $D_k(x) = \frac{k}{x^k} \int_0^x \frac{u^k}{e^u - 1} du$

(Sumber : Kpanzou, 2007)

E. Regresi Robust M-Estimation

Regresi *robust* merupakan metode regresi yang mengatasi adanya *outlier* berpengaruh, sehingga dapat menghasilkan model yang *robust* atau *resistance*. Salah satu metode estimasi parameter dalam regresi robust adalah *M-estimation*. *M-Estimation* digunakan untuk mengestimasi parameter yang disebabkan adanya *outlier* dengan cara meminimumkan fungsi objektif sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^n \rho(e_i^*) = \sum_{i=1}^n \rho(e_i / \hat{\sigma}) = \sum_{i=1}^n \rho((y_i - \mathbf{x}_i^T \mathbf{b}) / \hat{\sigma}) \quad (8)$$

Estimasi parameter *M-estimation* dapat dihitung melalui persamaan (9) seperti berikut.

$$b = (X^T W X)^{-1} X^T W y \tag{9}$$

Pembobot *M-estimation* bergantung pada residual dan koefisien, maka membutuhkan prosedur untuk mendapatkan estimasi parameter yaitu *iteratively reweighted least squares* (IRLS), tahapannya adalah sebagai berikut.

1. Menaksir parameter regresi β yang dinotasikan b menggunakan OLS, sehingga didapatkan residual $e_{i,0}$.
2. Menentukan $\hat{\sigma}^{(0)}$ dan fungsi pembobot $w_{i,0}$
3. Perbaikan $\hat{\sigma}^{(t)}$ dan fungsi pembobot $w_{i,t}$ dari estimasi parameter iterasi $t-1$.
4. Mencari estimasi pada iterasi t ($t = 1, 2, \dots$) dengan *weighted least square*.

$$b_t = (X^T W_{t-1} X)^{-1} X^T W_{t-1} y$$

dengan W_{t-1} merupakan matrik diagonal dengan elemen diagonalnya adalah $w_{i,t-1}$. Sehingga estimasi parameter pada iterasi pertama ($t = 1$) menggunakan $e_{i,0}$ dan $w_{i,0}$.

5. Mengulang tahap 2 dan 3 hingga didapatkan penaksiran parameter yang konvergen.

Tabel 3. Fungsi objektif dan fungsi pembobot pada *M-estimation*

Metode	Fungsi Objektif dan Pembobot
<i>Least Square</i>	Fungsi Objektif : $\rho_{LS}(e^*) = (e_i^*)^2$ Fungsi Pembobot : $w_{LS}(e^*) = 1$
<i>Huber</i>	Fungsi Objektif : $\rho_H(e^*) = \begin{cases} (e_i^*)^2 / 2, & \text{untuk } e_i^* \leq r \\ r e_i^* - r^2 / 2, & \text{untuk } e_i^* > r \end{cases}$ Fungsi Pembobot : $w_H(e^*) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } e_i^* \leq r \\ r / e_i^* , & \text{untuk } e_i^* > r \end{cases}$
<i>Tukey Bisquare</i>	Fungsi Objektif : $\rho_B(e^*) = \begin{cases} \frac{k^2}{6} \left[1 - \left(1 - \left(\frac{e_i^*}{r} \right)^3 \right)^3 \right], & \text{untuk } e_i^* \leq r \\ r^2 / 6, & \text{untuk } e_i^* > r \end{cases}$ Fungsi Pembobot : $w_B(e^*) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{e_i^*}{r} \right)^3 \right)^2, & \text{untuk } e_i^* \leq r \\ 0, & \text{untuk } e_i^* > r \end{cases}$

Sumber : (Fox, 2002)

M-estimation Least Square dengan $w_{LS}(e) = 1$ merupakan metode OLS. Nilai r pada Tabel 3 adalah nilai konstan, $r = 1,345$ untuk *M-estimation Huber* sedangkan *M-estimation Tukey Bisquare* dengan $r = 4,685$. Pada penelitian ini digunakan metode estimasi *Tukey Bisquare* [8].

III. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) dan *The Nation Oceanic and Atmospheric* yang dapat diakses melalui <http://noaasis.noaa.gov/NOAASIS/>. Data luas

panen padi dan indikator ENSO 3.4 masing-masing dengan 24 pengamatan bulan Januari hingga Desember dari periode 1990-2013. Penelitian dilakukan di Kabupaten Bojonegoro yang merupakan salah satu daerah penghasil padi terbesar di Jawa Timur. Penelitian ini menggunakan data luas panen padi (Ha) per subground atau periode (variabel Y), dan indikator ENSO (El Nino-Southern Oscillation) yaitu anomali Sea Surface Temperature (SST) Nino 3.4 (variabel X). Secara jelas disajikan pada Tabel 4 sebagai berikut.

Tabel 4. Variabel Penelitian

No	Variabel	Keterangan
1	LP1	Luas Panen Padi Periode 1
2	SST 3.4 Jan	Anomali SST Nino 3.4 Januari
3	SST 3.4 Feb	Anomali SST Nino 3.4 Februari
4	SST 3.4 Mar	Anomali SST Nino 3.4 Maret
5	SST 3.4 April	Anomali SST Nino 3.4 April
6	LP2	Luas Panen Padi Periode 2
7	SST 3.4 Mei	Anomali SST Nino 3.4 Mei
8	SST 3.4 Jun	Anomali SST Nino 3.4 Juni
9	SST 3.4 Jul	Anomali SST Nino 3.4 Juli
10	SST 3.4 Agust	Anomali SST Nino 3.4 Agustus
11	LP3	Luas Panen Padi Periode 3
12	SST 3.4 Sep	Anomali SST Nino 3.4 September
13	SST 3.4 Okt	Anomali SST Nino 3.4 Oktober
14	SST 3.4 Nov	Anomali SST Nino 3.4 November
15	SST 3.4 Des	Anomali SST Nino 3.4 Desember

Model yang terbentuk terdiri atas tiga model sesuai *subground* yang telah disusun.

$$LP_1 = \beta_0 + \beta_1 SST_{3.4\text{Jan}} + \beta_2 SST_{3.4\text{Feb}} + \beta_3 SST_{3.4\text{Mar}} + \beta_4 SST_{3.4\text{Apr}} + \epsilon_1$$

$$LP_2 = \beta_0 + \beta_1 SST_{3.4\text{Mei}} + \beta_2 SST_{3.4\text{Jun}} + \beta_3 SST_{3.4\text{Jul}} + \beta_4 SST_{3.4\text{Agust}} + \epsilon_2$$

$$LP_3 = \beta_0 + \beta_1 SST_{3.4\text{Sep}} + \beta_2 SST_{3.4\text{Okt}} + \beta_3 SST_{3.4\text{Nov}} + \beta_4 SST_{3.4\text{Des}} + \epsilon_3$$

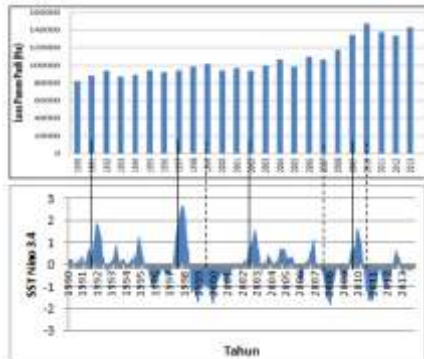
Tahap-tahap langkah analisis data dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan data variabel luas panen padi dan SST Nino 3.4 dengan diagram dan grafik.
2. Melakukan identifikasi hubungan antara luas panen padi (Y) dan SST Nino 3.4 (X).
 - a. Membuat *scatterplot* antara regresi variabel Y dan variabel X.
 - b. Menghitung nilai korelasi antara variabel luas panen padi (Y) dan variabel SST Nino 3.4 (X) dengan korelasi Pearson dan Tau-Kendall.
3. Menguji asumsi distribusi normal dengan uji Kolmogorov Smirnov data luas panen padi dan SST Nino 3.4.
4. Melakukan identifikasi pola hubungan antara luas panen padi (Y) dan variabel SST Nino 3.4 (X) dengan pendekatan Copula.
 - a. Melakukan transformasi data ke domain [0,1] sebelum dilakukan analisis dependensi dengan Copula.
 - b. Membuat *scatterplot* hasil transformasi antara regresi variabel Y dan variabel X.
 - c. Mendapatkan estimasi parameter Copula Gaussian dan Archimedean.
 - d. Fitting Copula dan mendapatkan Copula terbaik antara hubungan regresi variabel Y dan variabel X dengan MLE.
5. Melakukan pemodelan dengan regresi *robust*
 - a. Menyusun model regresi variabel Y dan variabel X dengan menggunakan OLS.
 - b. Menyusun model regresi variabel Y dan variabel X dengan menggunakan pendekatan metode *robust M-estimation*.

IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Deskriptif dan Identifikasi Data

Sebesar 32,58 persen wilayah Kabupaten Bojonegoro dimanfaatkan untuk sektor pertanian terutama padi. Gambaran perkembangan luas panen padi di Kabupaten Bojonegoro selengkapnya ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Luas Panen Padi per Tahun dan Plot Runtun Waktu SST Nino 3.4 (Keterangan: El Nino (___), La Nina (___))

Luas panen padi di Bojonegoro per tahun tidak mengalami penurunan yang ekstrim, meskipun mengalami kejadian iklim La-Nina dan El-Nino. Hal tersebut menunjukkan bahwa SST Nino 3.4 tidak mempengaruhi luas panen padi secara langsung.

B. Analisis Korelasi

Berdasarkan korelasi Pearson, luas panen periode 1 memiliki hubungan linear dengan SST Nino 3.4 khususnya pada bulan Januari. Sementara pada korelasi Tau Kendall luas panen periode 1 memiliki hubungan dengan SST Nino 3.4 bulan Januari dan Februari. Pada periode 2, tidak terdapat hubungan yang signifikan (pada $\alpha=5\%$) antara luas panen dan SST Nino 3.4. seperti disajikan pada Tabel 5. Luas panen padi periode 3, terdapat hubungan dengan SST Nino 3.4 khususnya bulan September dan Oktober, yang ditunjukkan pada korelasi Pearson signifikan.

Tabel 5. Koefisien Korelasi Pearson dan Tau-Kendall

Variabel	Pearson		Tau Kendall		
	Koef	P-value	Koef	P-value	
LP1	SST 3.4 Jan	-0,424	0,039	-0,338	0,021
	SST 3.4 Feb	-0,297	0,164	-0,301	0,039
	SST 3.4 Mar	-0,274	0,194	-0,268	0,066
	SST 3.4 April	-0,178	0,405	-0,217	0,137
LP2	SST 3.4 Mei	-0,361	0,083	-0,247	0,091
	SST 3.4 Jun	-0,269	0,204	-0,196	0,180
	SST 3.4 Jul	-0,300	0,154	-0,221	0,130
	SST 3.4 Agus	-0,285	0,178	-0,178	0,224
LP3	SST 3.4 Sept	-0,428	0,037	-0,229	0,118
	SST 3.4 Okt	-0,443	0,030	-0,269	0,066
	SST 3.4 Nov	-0,345	0,099	-0,261	0,074
	SST 3.4 Des	-0,336	0,108	-0,283	0,053

Tabel 5 menunjukkan bahwa analisis hubungan dengan korelasi Pearson dan Tau Kendall antara luas panen padi tiap periode dan SST Nino 3.4 hanya beberapa memiliki hubungan, dan keeratan hubungan lemah. Oleh karena itu dilakukan analisis lebih lanjut dengan analisis hubungan Copula untuk mengetahui keeratan hubungan luas panen padi dan SST Nino 3.4.

C. Uji Normalitas Data Luas Panen dan Indikator

ENSO 3.4 di Bojonegoro

Pengujian distribusi normal secara statistik pada setiap variabel dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov Smirnov (KS).

Tabel 6. Uji Normalitas Data dengan Korlmogorov Smirnov

Variabel X	Nilai KS	P-value
LP1	0,216	0,150
SST 3.4 Jan	0,099	>0,15
SST 3.4 Feb	0,158	0,124
SST 3.4 Mar	0,089	>0,15
SST 3.4 April	0,136	>0,15
LP2	0,205	0,010
SST 3.4 Mei	0,075	>0,15
SST 3.4 Jun	0,082	>0,15
SST 3.4 Jul	0,095	>0,15
SST 3.4 Agus	0,103	>0,15
LP3	0,155	0,141
SST 3.4 Sept	0,087	>0,15
SST 3.4 Okt	0,087	>0,15
SST 3.4 Nov	0,079	>0,15
SST 3.4 Des	0,096	>0,15

Tabel 6 menunjukkan bahwa luas panen padi periode 1, periode 3, dan SST Nino 3.4 bulan Januari – Desember memiliki P-value lebih dari $\alpha = 0,05$ ini berarti bahwa mengikuti berdistribusi normal. Hanya luas panen padi periode 2 saja yang tidak mengikuti distribusi normal, karena memiliki P-value kurang dari $\alpha = 0,05$.

D. Estimasi Parameter Copula

Jika terdapat salah satu variabel yang digunakan mengikuti distribusi normal, maka Copula Gaussian juga digunakan. Pada analisis Copula ini yang digunakan adalah Copula Frank, Clayton, Gumbel, dan Gaussian.

Tabel 7. Parameter θ Masing-masing Copula

Variabel	Frank	Clayton	Gumbel	Gaussian	
LP1	SST 3.4 Jan	-0,338	-0,505	0,747	-0,424
	SST 3.4 Feb	-0,301	-0,463	0,769	-0,297
	SST 3.4 Mar	-0,268	-0,423	0,789	-0,274
	SST 3.4 April	-0,217	-0,357	0,822	-0,178
LP2	SST 3.4 Mei	-0,247	-0,396	0,802	-0,361
	SST 3.4 Jun	-0,196	-0,328	0,836	-0,269
	SST 3.4 Jul	-0,221	-0,362	0,819	-0,300
	SST 3.4 Agus	-0,178	-0,302	0,849	-0,285
LP3	SST 3.4 Sept	-0,229	-0,373	0,814	-0,428
	SST 3.4 Okt	-0,269	-0,424	0,788	-0,443
	SST 3.4 Nov	-0,261	-0,414	0,793	-0,345
	SST 3.4 Des	-0,283	-0,441	0,779	-0,336

Perhitungan parameter θ dilakukan terlebih dahulu sebelum dilakukan perhitungan estimasi parameter Copula. Tabel 7 merupakan hasil perhitungan parameter θ masing-masing Copula. Parameter θ digunakan untuk mendapatkan estimasi parameter masing-masing Copula pada Tabel 8 sebagai berikut.

Tabel 8. Estimasi Parameter Copula dengan Pendekatan Tau Kendall untuk Luas Panen Padi di Bojonegoro dan SST Nino 3.4

Variabel	Jenis Copula	Estimasi Parameter	Log-Likelihood
SST 3.4 Jan	Frank	-3,356	0,061
	Clayton	-0,504	0,002
	Gumbel	-	-
	Gaussian	-0,505	0,011
SST 3.4 Feb	Frank	-2,932	0,076
	Clayton	-0,463	0,007
	Gumbel	-	-
	Gaussian	-0,455	0,026
SST 3.4 Mar	Frank	-2,565	0,099
	Clayton	-0,423	0,018
	Gumbel	-	-
	Gaussian	-0,409	0,048
SST 3.4 April	Frank	-2,035	0,171
	Clayton	-0,357	0,071
	Gumbel	-	-
	Gaussian	-0,335	0,124
LP2 Mei	Frank	-2,343	0,078
	Clayton	-0,396	0,014
	Gumbel	-	-
	Gaussian	-0,379	0,039

Tabel 8. Estimasi Parameter Copula dengan Pendekatan Tau Kendall untuk Luas Panen Padi di Bojonegoro dan SST Nino 3.4 (lanjutan)

LP 2	SST 3.4 Jun	Frank	-1,817	0,134
		Clayton	-0,327	0,056
		Gumbel	-	-
	SST 3.4 Jul	Gaussian	-0,302	0,099
		Frank	-2,076	0,156
		Clayton	-0,362	0,060
	SST 3.4 Agus	Gumbel	-	-
		Gaussian	-0,340	0,109
		Frank	-2,15	0,136
	SST 3.4 Sept	Clayton	-0,372	0,045
		Gumbel	-	-
		Gaussian	-0,351	0,895
SST 3.4 Okt	Frank	-2,225	0,125	
	Clayton	-0,381	0,037	
	Gumbel	-	-	
SST 3.4 Nov	Gaussian	-0,362	0,077	
	Frank	-2,654	0,108	
	Clayton	-0,433	0,019	
SST 3.4 Des	Gumbel	-	-	
	Gaussian	-0,42	0,051	
	Frank	-2,565	0,096	
SST 3.4 Des	Gumbel	-0,422	0,017	
	Gaussian	-0,408	0,046	
	Frank	-2,803	0,062	
SST 3.4 Des	Clayton	-0,449	0,005	
	Gumbel	-	-	
	Gaussian	-0,439	0,021	

Keterangan : Nilai bercetak **tebal** menunjukkan signifikan pada $\alpha = 0,10$

Copula Gumbel pada luas panen padi di Bojonegoro dan SST Nino 3.4 tidak dapat diestimasi karena memiliki $\theta < 1$ yang ditunjukkan pada Tabel 7, seharusnya nilai θ yang dapat diestimasi adalah $\theta \in [1, \infty]$.

Terdapat beberapa luas panen padi dan SST Nino 3.4 yang memiliki struktur dependensi lebih dari satu jenis Copula, maka dilakukan *Fitting* dengan MLE untuk mendapatkan Copula terpilih. Tabel 9 merupakan perhitungan *Fitting* Copula menggunakan MLE. Copula yang terpilih berdasarkan hasil *fitting* dengan nilai *log-likelihood* paling besar.

Tabel 9. Hasil *Fitting* Copula dengan MLE

Variabel	Jenis Copula	Estimasi Parameter	Log-Likelihood
SST 3.4 Jan	Frank	-3,714	3,051
	Clayton	-	-
	Gaussian	-0,508	2,514
SST 3.4 Feb	Frank	-3,071	2,298
	Clayton	-	-
	Gaussian	-0,441	1,746
SST 3.4 Mar	Frank	-2,994	2,091
	Clayton	-	-
	Gaussian	-0,39	1,294
SST 3.4 Mei	Frank	-2,423	1,644
	Clayton	-	-
	Gaussian	-0,442	1,756
SST 3.4 Jun	Frank	-1,963	1,094
	Clayton	-0,285	0,713
	Gaussian	-0,372	1,156
SST 3.4 Jul	Clayton	-0,367	1,538
	Gaussian	-0,37	1,138
	Clayton	-0,416	2,742
SST 3.4 Sept	Gaussian	-0,462	1,961
	Clayton	-0,417	2,979
	Gaussian	-0,508	2,512
SST 3.4 Okt	Frank	-2,677	1,925
	Clayton	-0,444	3,431
	Gaussian	-0,493	2,327
SST 3.4 Nov	Frank	-2,804	2,069
	Clayton	-0,451	3,863
	Gaussian	-0,472	2,078

Keterangan: Nilai bercetak **tebal** menunjukkan Copula terpilih

Struktur dependensi antara luas panen padi periode 1 dengan SST Nino 3.4 bulan Januari, Februari, dan Maret mengikuti Copula Frank. Copula Frank ini tidak memiliki tail dependensi artinya kejadian ekstrim terjadi ketika nilai SST Nino 3.4 dan luas panen padi nilainya tinggi dan rendah, maka hubungannya semakin erat.

Sedangkan luas panen padi dan SST Nino 3.4 bulan April signifikan pada Copula Clayton. Copula ini memiliki tail dependensi di bawah, artinya kejadian ekstrim terjadi ketika SST Nino 3.4 bernilai rendah pada bulan April dan luas panen padi yang diperoleh akan semakin kecil maka hubungannya semakin erat. Begitu pula pada luas panen padi periode 2 dengan SST Nino 3.4 bulan Juli dan Agustus, serta luas panen padi periode 3 dengan SST Nino September, Oktober, November, dan Desember yang mengikuti Copula Clayton.

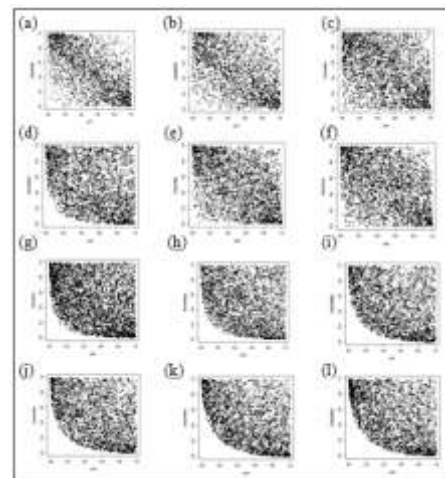
Pada luas panen padi periode 2 dengan SST Nino bulan Mei dan Juni mengikuti Copula Gaussian sehingga memiliki hubungan yang linier.

Tabel 10. Jenis Copula Terpilih pada Masing-masing Variabel

Variabel Y	Variabel X	Jenis Copula	Parameter
LP1	SST 3.4 Jan	Frank	-3,356
	SST 3.4 Feb	Frank	-2,932
	SST 3.4 Mar	Frank	-2,565
	SST 3.4 April	Clayton	-0,357
LP2	SST 3.4 Mei	Gaussian	-0,379
	SST 3.4 Jun	Gaussian	-0,302
	SST 3.4 Jul	Clayton	-0,367
LP3	SST 3.4 Agus	Clayton	-0,372
	SST 3.4 Sept	Clayton	-0,381
	SST 3.4 Okt	Clayton	-0,433
	SST 3.4 Nov	Clayton	-0,422
	SST 3.4 Des	Clayton	-0,449

Ket : Copula Frank = tidak mengikuti tail dependensi
 Copula Clayton = tail dependensi di bawah
 Copula Gaussian = hubungan linier

Jenis struktur dependensi Copula yang terpilih terangkum dalam Tabel 10. Hubungan antara luas panen padi dan indikator ENSO 3.4 mengikuti struktur dependensi Copula yang berbeda-beda pada tiap variabel, sebagian besar mengikuti Clayton. Model dependensi Copula pada setiap variabel ditunjukkan pada Gambar 2 yaitu *scatterplot rank* Copula dengan dibangkitkan sebanyak 2500 data.



Gambar 2. *Scatterplot Rank* Copula bangkitan data (n=2500) antara Luas Panen Padi Periode 1 dengan SST Nino 3.4 Januari (a), Februari (b), Maret (c), April (d), Luas Panen Padi Periode 2 dengan SST Nino 3.4 Mei (e), Juni (f), Juli (g), Agustus (h), Luas Panen Padi Periode 3 dengan SST Nino 3.4 September(i), Oktober (j), Nopember (k), Desember (l)

E. Model Hubungan Luas Panen dan SST Nino 3.4 Menggunakan Robust M-Estimation

Pemodelan luas panen padi dan SST Nino 3.4 dengan metode Robust M-estimation menghasilkan nilai koefisien determinasi pada periode 1 sebesar 33,94%, periode sebesar 16,63%, dan periode 3 sebesar 16,72%. Keragaman variabel SST Nino 3.4 yang menjelaskan model tidak cukup besar, berarti masih terdapat variabel lain yang dapat mempengaruhi luas panen. Variabel iklim ENSO ini menggambarkan model sebesar koefisien determinasi yang telah dihasilkan.

Tabel 11. Regresi Luas Panen Padi dan SST Nino 3.4 dengan Robust M-Estimation

Periode	Parameter	Estimasi	P-value	R ²
1	β_0	66040,54	<0,000	33,94%
	β_1	-	0,000	
		18105,10		
	β_2	17149,00	0,047	
	β_3	3452,03	0,740	
2	β_4	-979,97	0,884	16,63%
	β_0	30078,58	<0,000	
	β_1	-	0,151	
		13541,00		
	β_2	19404,72	0,334	
3	β_3	-13737,7	0,557	16,72%
	β_4	-2547,63	0,862	
	β_0	7354,22	<0,000	
	β_1	1432,88	0,711	
	β_2	-7264,97	0,117	
	β_3	6744,24	0,194	
	β_4	-2077,43	0,505	

Model luas panen padi dengan indikator ENSO yang terbentuk adalah.

$$\widehat{LP}_1 = 66040,54 - 18105,10 SST3.4_{Jan} + 17149,00 SST3.4_{Feb} + 3452,03 SST3.4_{Mar} - 979,7 SST3.4_{April}$$

$$\widehat{LP}_2 = 30078,58 - 13541,00 SST3.4_{Mei} + 19404,72 SST3.4_{Jun} - 13737,7 SST3.4_{Jul} - 2547,63 SST3.4_{Agus}$$

$$\widehat{LP}_3 = 7354,22 + 1432,88 SST3.4_{Sept} - 7264,97 SST3.4_{Okt} + 6744,24 SST3.4_{Nov} - 2077,43 SST3.4_{Des}$$

Pada analisis hubungan Copula yang ditunjukkan Tabel 10 semua variabel indikator ENSO memiliki hubungan dengan luas panen padi di Bojonegoro, sehingga semua variabel masuk dalam model. Berdasarkan model yang terbentuk maka didapatkan prediksi luas panen padi pada tahun 2013 (data out sample).

Tabel 12. Prediksi dan Error Pemodelan Luas Panen Padi

Periode	Prediksi	Error
LP 1	65942,58	7133,419
LP 2	34631,68	15576,32
LP 3	9801,898	10216,10

Prediksi luas panen padi yang paling besar adalah luas panen padi periode 3. Hal tersebut berarti bahwa periode yang paling produktif untuk penanaman padi dilakukan pada periode 3 yaitu bulan September, Oktober, November, dan Desember. Setelah mendapatkan prediksi luas panen padi pada tahun 2013, dapat dihitung kesalahan atau error taksiran dari model. Kesalahan taksiran masih tinggi, hingga mencapai ribuan hektar. Hal tersebut disebabkan karena model hanya melibatkan

faktor iklim, seperti digambarkan oleh koefisien determinasi (Tabel 11) yang kecil.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, didapatkan kesimpulan sebagai berikut.

1. Identifikasi hubungan antara luas panen padi di Bojonegoro dan indikator ENSO yaitu anomali SST Nino 3.4 menggunakan korelasi Pearson dan Tau Kendall tidak dapat menjelaskan hubungan baik, ditunjukkan dari hasil nilai koefisien yang kecil. Berdasarkan pendekatan Copula yang dilakukan menghasilkan hubungan yang lebih spesifik antar kedua variabel. Sebagian besar mengikuti Copula Clayton yang memiliki tail dependensi di bawah artinya kejadian ekstrim terjadi ketika anomali SST Nino 3.4 bernilai rendah dan luas panen padi di Bojonegoro yang diperoleh akan semakin kecil maka hubungannya semakin erat, terutama pada periode 3.
2. Model hubungan yang didapatkan antara luas panen padi di Bojonegoro dan SST Nino 3.4 menggunakan regresi Robus M-Estimation adalah.

$$\widehat{LP}_1 = 66040,54 - 18105,10 SST3.4_{Jan} + 17149,00 SST3.4_{Feb} + 3452,03 SST3.4_{Mar} - 979,7 SST3.4_{April}$$

$$\widehat{LP}_2 = 30078,58 - 13541,00 SST3.4_{Mei} + 19404,72 SST3.4_{Jun} - 13737,7 SST3.4_{Jul} - 2547,63 SST3.4_{Agus}$$

$$\widehat{LP}_3 = 7354,22 + 1432,88 SST3.4_{Sept} - 7264,97 SST3.4_{Okt} + 6744,24 SST3.4_{Nov} - 2077,43 SST3.4_{Des}$$

B. Saran

Identifikasi hubungan yang dilakukan akan lebih baik dan akurat jika menggunakan jumlah data yang lebih besar, sehingga bentuk pola dapat terlihat lebih jelas. Pemodelan pada luas panen padi untuk penelitian selanjutnya perlu dilakukan dengan menambah variabel selain iklim agar model lebih akurat.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Berita Jatim. (2015, Januari 22). Target Produksi Padi Bojonegoro Capai 1 Juta Ton. Retrieved Maret 1, 2015, from beritajatim.com: http://m.beritajatim.com/ekonomi/229299/target_produksi_padi_bojonegoro_capai_1_juta_ton.html#.VPMvjSjyvYg
- [2] Nelsen, R. B. (2005). *An Introduction to Copulas : Second Edition*. New York: Springer.
- [3] Alma, Ö. G. (2010). Comparison of Robust Regression Methods in Linier Regression. *Contemp Math Sciences*, 409-421.
- [4] Berg, D., & Bakken, H. (2007). *A Copula Goodness-of-Fit Approach Based On The Conditional Probability Integral Transformation*. Norway: The Norwegian Computing.
- [5] Scholzel, C., & Friederich, P. (2008). Multivariate Non-Normally Distributed random Variables in Climate Research-Introduction to The Copula Approach. *Nonlin. Processes Geophys*, 761-772.
- [6] Kpanzou, T. A. (2007). *Copulas in Statistics*. African Institute for Mathematical Sciences (AIMS).
- [7] Genest, C., & Rivest, L.-P. (1993). Statistical Inference Procedures for Bivariate Archimedean Copulas. *Jurnal of the American Statistical Association*, 1034-1043.
- [8] Fox, J. (2002). Robust Regression. *Appendix to An R and S-PLUS Companion to Applied Regression*.