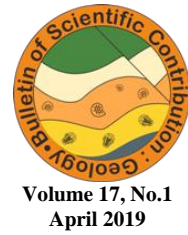




## Bulletin of Scientific Contribution GEOLOGY

Fakultas Teknik Geologi  
UNIVERSITAS PADJADJARAN

homepage: <http://jurnal.unpad.ac.id/bsc>  
p-ISSN: 1693-4873; e-ISSN: 2541-514X



### REGRESI NON-LINEAR PADA PEMODELAN DEKOMPAKSI

Syaiful Alam, Nurdrajat, Budi Muljana, Djadjang Jedi Setiadi  
Universitas Padjadjaran

#### ABSTRACT

Decompaction modeling is critical step in geohistory analysis. Decompaction modeling aims to obtain the thickness of stratigraphic unit before being compacted. Formulation of decompaction modeling requires initial porosity ( $\rho_0$ ) and coefficient of compaction (c). These two parameters are disentangled by porosity-depth relationship. Exponential model is used as the basis for knowing the relationship. Historically, exponential model often describes a more realistic porosity-depth phenomenon than other models. The exponential model yield the absence of negative porosity as the depth increases. The parameter  $\rho_0$  and c from a number of data are solved through regression method. This paper presents statistical explanation on non-linear regression to generate a simpler formulation, thus facilitating the calculation of initial porosity and coefficient of compaction. These parameters are used later in decompaction modeling.

**Keywords:** *Decompaction modeling, non-linear regression, initial porosity, coefficient of compaction.*

#### ABSTRAK

Pemodelan dekompaksi adalah bagian yang penting dalam analisis geosejarah. Pemodelan dekompaksi bertujuan untuk mendapatkan ketebalan unit stratigrafi sebelum mengalami kompaksi. Formulasi pemodelan dekompaksi memerlukan parameter porositas awal ( $\rho_0$ ) dan koefisien kompaksi (c). Kedua parameter tersebut dapat ditentukan dari model porositas-kedalaman yang digunakan. Model eksponensial dijadikan sebagai landasan untuk mengetahui hubungan tersebut. Secara historis, model eksponensial seringkali menyajikan fenomena porositas-kedalaman yang lebih realistis dibandingkan dengan model lain. Model eksponensial memungkinkan tidak adanya nilai porositas yang negatif seiring dengan bertambahnya kedalaman. Parameter  $\rho_0$  dan c dari sejumlah data tersebut dapat dicari melalui metode regresi. Paper ini menyajikan pemaparan proses statistik regresi non-linear sehingga menghasilkan formulasi yang lebih sederhana. Formulasi ini memudahkan perhitungan penentuan parameter  $\rho_0$  dan c. Parameter tersebut digunakan nantinya dalam pemodelan dekompaksi.

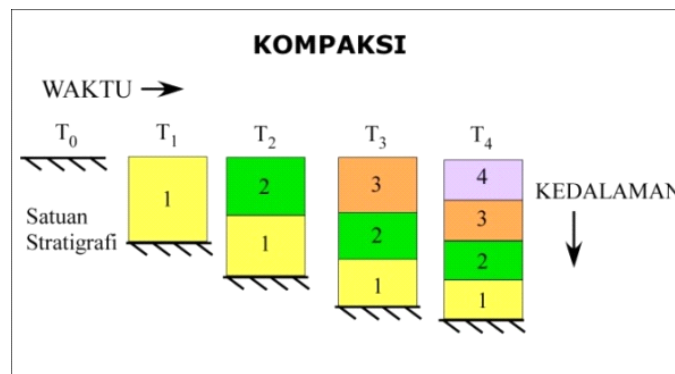
**Kata kunci:** *Pemodelan dekompaksi, regresi non-linear, porositas awal, koefisien kompaksi.*

#### PENDAHULUAN

Kompaksi adalah proses penting dalam perkembangan cekungan sedimen, pembebanan unit sediment akan mereduksi porositas dan volume ketebalan lapisan (Springer, J., 1993; Brain, M.J., 2016). Selain itu, kompaksi juga merubah sedimen menjadi batuan, mengeluarkan fluida pengisi pori, dan mendefleksikan lapisan (Gabasova, L. R., dan Edwin, S.K., 2018). Hal terpenting untuk memahami kompaksi selama sejarah pemendaman batuan adalah pemahaman tentang berkurangnya nilai porositas (Allen,

P.A., dan John, R.A., 2005). Dalam prosesnya, porositas awal tidak akan sama dengan porositas akhir akibat adanya proses pembebanan oleh unit stratigrafi di atasnya (Gambar 1).

Proses kebalikan dari kompaksi adalah dekompaksi. Dekompaksi berperan dalam analisis evolusi ketebalan lapisan sedimen. Analisis ketebalan sedimen memiliki peranan penting dalam merekonstruksi sejarah subsiden. Hal ini berimplikasi terhadap rekonstruksi ketebalan masa lampau (Stefaniuk, M. dan Tomasz, M., 2000).



Gambar 1. Proses kompaksi suatu satuan stratigrafi

Model ideal koefisien kompaksi ( $c$ ) untuk batulempung, batupasir, dan batugamping secara berturut-turut adalah 0.5, 0.4, dan 0.5 berdasarkan Sclater, J. G. dan P. A. F. Christie (1980). Beberapa studi menunjukkan penurunan nilai porositas per kedalaman mengikuti hubungan atau model eksponensial, sehingga mempermudah pemrograman (Avengine, C.L., Paul L. H. dan Chris, P., 1990). Oleh karena itu diperlukan suatu usaha untuk menentukan porositas awal dan koefisien kompaksi berdasarkan kondisi data, sehingga didapatkan hasil yang benar-benar mencerminkan kondisi geologi daerah yang dianalisis.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan untuk membuat model dekompaksi, khususnya porositas bawah permukaan, yaitu kesesuaian data, hubungan porositas-kedalaman serta ketebalan terdekompaksi. Data yang dapat digunakan adalah data log sonik dan log densitas, yang disebut sebagai pengamatan tidak langsung. Perhitungan nilai porositas tidak hanya bisa didapat melalui data log, tetapi bisa melalui pengukuran langsung di laboratorium pada sampel batuan sebagai zona interval reservoir. Sebaran porositas-kedalaman dari data log tersebut dapat didekati dengan berbagai model, yaitu model linear (Issler, 1992), eksponensial (Sclater, J.G. dan P.A.F. Christie, 1980), *powerlaw*, parabola dan hiperbola

(Kesumajana, 1997). Masing-masing model tersebut memiliki keterbatasan. Model linear dapat digunakan untuk problem yang sederhana tetapi dengan beberapa kehati-hatian dalam penafsirannya.

Pada Gambar 2, kurva tanpa kompaksi berupa gradien menunjukkan laju sedimentasi yang linear dengan interval sedimen yang konstan dalam tiap waktu. Dalam kenyataannya, hubungan porositas-kedalaman lebih sering menggunakan model eksponensial, yang akan menghasilkan batas asimtotik dengan semakin bertambahnya kedalaman (Allen, P.A., dan John, R.A., 2005).

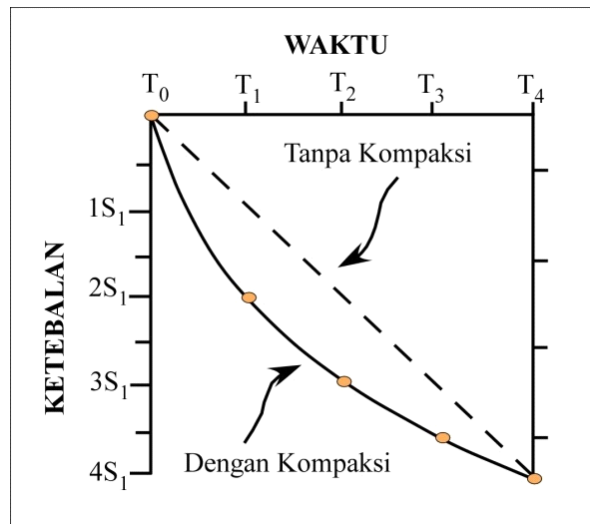
Model linear yang lebih sederhana dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\phi = \phi_0 - cy \dots\dots\dots(1)$$

sedangkan, untuk model eksponensial porositas-kedalaman diekspresikan:

$$\phi = \phi_0 e^{-cy} \dots\dots\dots(2)$$

- dengan;
- $c$  = koefisien kompaksi
- $\phi$  = porositas sekarang
- $\phi_0$  = porositas awal (permukaan)
- $y$  = kedalaman



Gambar 2. Perbandingan model dengan atau tanpa kompaksi

Pada persamaan (1) dan (2) akan menghasilkan nilai  $c$  yang merupakan koefisien empiris dari sebaran data untuk pemodelan. Koefisien empiris ini jelas akan berbeda untuk setiap data porositas yang digunakan, sehingga hasilnya bersifat eksperimental. Parameter data yang lain adalah nilai porositas,  $\emptyset$ . Nilai  $\emptyset$  akan berbeda untuk litologi yang berbeda. Sebagai contoh, batulempung akan lebih mudah mengalami kompaksi dibandingkan batupasir. Dengan kata lain, fasies pengendapan, komposisi, suhu-tekanan, dan waktu menjadi faktor-faktor geologi yang berpengaruh terhadap hubungan porositas-kedalaman.

Berdasarkan persamaan (2), sejumlah fluida pengisi ruang pori yang menempati suatu ruang,  $V_w$ , dengan batas bawah,  $Y_2$ , dan batas atas,  $Y_1$ , merupakan persamaan integral sebagai berikut:

$$V_w = \int_{Y_1}^{Y_2} \emptyset_0 e^{-cy} dy \dots \dots \dots (3)$$

Paper ini tidak membahas persamaan tersebut. Paper ini lebih menekankan pada solusi mencari parameter model ( $\emptyset_0$  dan  $c$ ) melalui metode regresi. Persamaan (3) mengimplikasikan bahwa untuk mengetahui besaran pori sebelum kompaksi diperlukan parameter  $\emptyset_0$  dan  $c$ . Pembahasan selanjutnya akan dipaparkan mengenai metode regresi non-linear dalam mencari parameter porositas awal dan koefisien kompaksi.

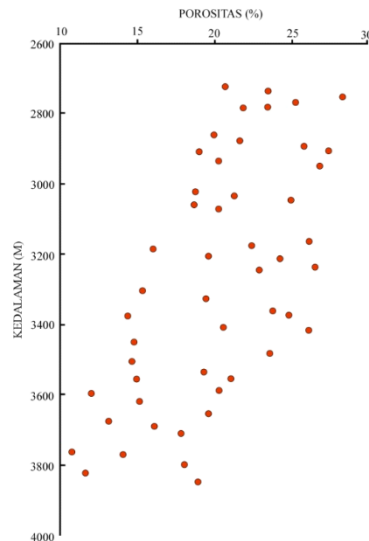
**BAHAN DAN METODE PENELITIAN**

Pemodelan dekompaksi adalah salah satu metode yang diterapkan dalam analisis geosejarah. Metode ini dapat dijadikan sebagai alat analisis dalam menafsirkan laju akumulasi sedimen pada masa lampau. Laju akumulasi sedimen tercerminkan dalam ketebalan unit stratigrafi. Proses kompaksi yang berlangsung dalam waktu menyebabkan ketebalan unit stratigrafi saat ini tidak sama dengan ketebalan pada saat awal terakumulasi.

Metode regresi digunakan untuk mencari pola hubungan variabel. Regresi non-linear terjadi ketika memiliki variabel berpangkat. Pemodelan antara beberapa variabel yang bebas dan tak bebas, dalam bentuk persamaan matematika, memungkinkan penaksiran/prediksi nilai variabel yang tak bebas.

Regresi dapat berupa linear dan non-linear. Jika pola/kecenderungan sebaran data bersifat linear, maka disebut regresi linear. Mengacu pada hubungan eksponensial terhadap sebaran data porositas-kedalam, regresi yang digunakan dalam tulisan ini adalah regresi non-linear atau dengan menggunakan hubungan eksponensial seperti yang tertulis pada Persamaan (2).

Bahan atau data yang digunakan sebagai eksperimen dalam tulisan ini adalah data porositas batupasir Formasi Etive, North Sea, dengan struktur sedimen berupa lapisan silang-siur, masif, dan gelembur. Data porositas berjumlah 50 titik dari kedalaman 2726-3846 meter (Gambar 3).



Gambar 3. Sebaran data porositas batupasir Formasi Etive, North Sea

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Apabila jumlah titik data porositas dinotasikan dengan  $(\phi_1, Y_1), (\phi_2, Y_2), \dots, (\phi_n, Y_n)$ , maka jarak antara data ke-i dan model adalah:

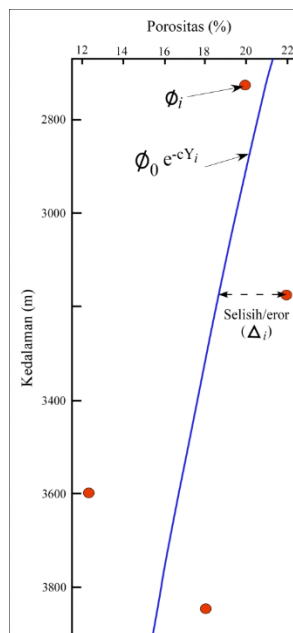
$$\Delta_i = \phi_i - \phi_0 e^{-cY_i} \dots \dots \dots (4)$$

dengan;

$\phi_i$  = data porositas

$\phi_0 e^{-cY_i}$  = model/prediksi

Error dalam regresi, didefinisikan sebagai selisih ( $\Delta_i$ ) antara data porositas ( $\phi_i$ ) dengan model ( $\phi_0 e^{-cY_i}$ ). Model dapat berfungsi sebagai prediktor atau penaksir suatu nilai atau parameter yang telah didefinisikan terhadap hubungan antara variabel data (Gambar 4).



Gambar 4. Error atau selisih dalam regresi non-linear antara data (porositas) dengan model (eksponensial)

Dalam hal ini, jumlah kuadrat dari selisih adalah:

$$S_{\alpha} = \sum_{i=1}^n \{\Delta_i\}^2 \dots \dots \dots (5)$$

Persamaan (5) dapat dijabarkan menjadi:

$$S_{\alpha} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i - \phi_0 e^{-cY_i}\}^2 \dots \dots \dots (6)$$

Dalam model dekompaksi, parameter yang dicari dari Persamaan (6) adalah  $\phi_0$  dan  $c$ .

Nilai  $S_{\alpha}$  akan minimum/fit apabila turunan pertama terhadap  $\phi_0$  dan  $c$  adalah nol, maka:  
 $\frac{\partial S_{\alpha}}{\partial \phi_0} = 0; \frac{\partial S_{\alpha}}{\partial c} = 0 \dots \dots \dots (7)$

Persamaan (7) masing-masing dapat dijabarkan melalui turunan parsial sebagai berikut:

$$\frac{\partial S_{\alpha}}{\partial \phi_0} = \sum_{i=1}^n 2\{\phi_i - \phi_0 e^{-cY_i}\} \{e^{-cY_i}\} = 0 \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{\partial S_{\alpha}}{\partial c} = \sum_{i=1}^n 2\{\phi_i - \phi_0 e^{-cY_i}\} \{\phi_0 Y_i e^{-cY_i}\} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

Persamaan (8) dan (9) merupakan nilai jumlah kuadrat error,  $S_{\alpha}$ , yang diminimalkan dengan cara menolkan turuannya terhadap koefisien-koefisien, yaitu  $\phi_0$  dan  $c$ , dalam persamaan regresinya. Kedua persamaan tersebut dapat diekspansi, sehingga menghasilkan:

$$2 \sum_{i=1}^n \phi_i e^{-cY_i} - 2\phi_0 \sum_{i=1}^n e^{-2cY_i} = 0 \dots \dots \dots (10)$$

$$2\phi_0 \sum_{i=1}^n \phi_i Y_i e^{-cY_i} - 2(\phi_0)^2 \sum_{i=1}^n Y_i e^{-2cY_i} = 0 \dots \dots \dots (11)$$

Kemudian, Persamaan (10) dan (11) dieliminasi dan disubstitusi untuk menyederhanakan persamaan. Sehingga, persamaan tersebut dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\sum_{i=1}^n \phi_i e^{-cY_i} - \phi_0 \sum_{i=1}^n e^{-2cY_i} = 0 \dots \dots \dots (12)$$

$$\sum_{i=1}^n \phi_i Y_i e^{-cY_i} - \phi_0 \sum_{i=1}^n Y_i e^{-2cY_i} = 0 \dots \dots \dots (13)$$

Berdasarkan persamaan (12), maka nilai porositas awal,  $\phi_0$ , dapat ditentukan menjadi:

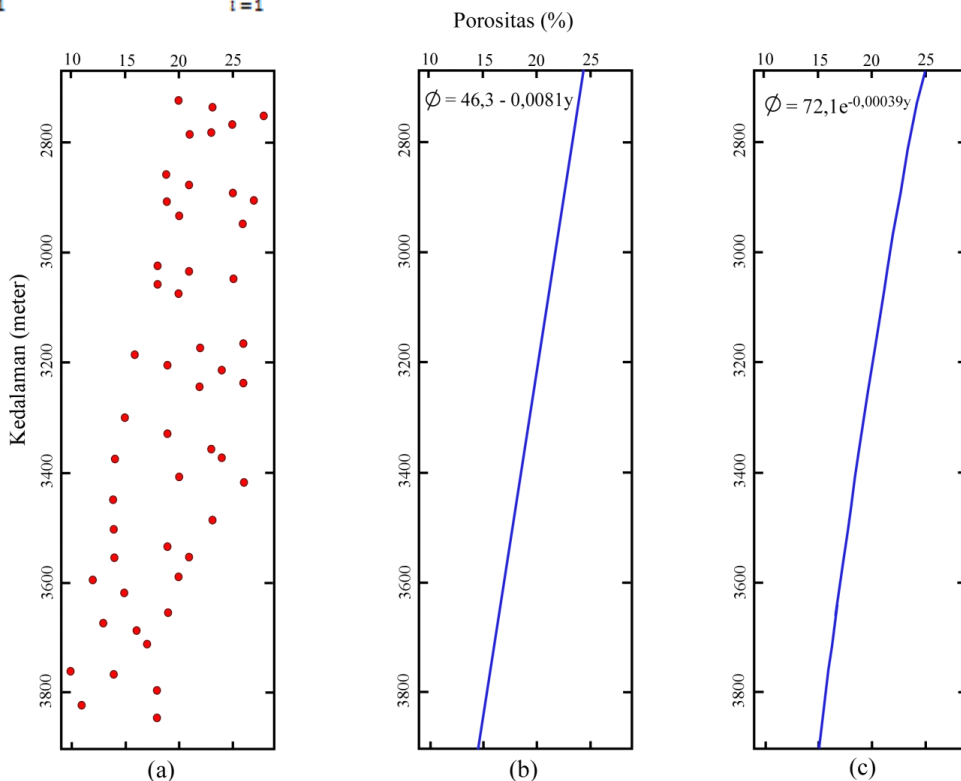
$$\phi_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i e^{-cY_i}}{\sum_{i=1}^n e^{-2cY_i}} \dots \dots \dots (14)$$

Kemudian, substitusikan Persamaan (14) ke Persamaan (13), sehingga didapatkan:

$$\sum_{i=1}^n \phi_i Y_i e^{-cY_i} - \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i e^{-cY_i}}{\sum_{i=1}^n e^{-2cY_i}} \sum_{i=1}^n Y_i e^{-2cY_i} = 0 \dots \dots \dots (15)$$

Persamaan (15) merupakan persamaan non linear untuk mendapatkan nilai koefisien kompaksi  $c$ , atau dalam penulisan lain dapat dibuat sebagai:

$$f(c) = 0 \dots \dots \dots (16)$$



Gambar 5 merupakan perbedaan antara model linear dengan model eksponensial dari sebaran data porositas. Dari gambar tersebut, dapat dilihat bahwa hubungan porositas-kedalaman tergambarkan dengan baik. Porositas akan mengalami penurunan dengan semakin bertambahnya kedalaman (Gambar 5a). Berkurangnya porositas per kedalaman tersebut dicerminkan oleh nilai koefisien kompaksi. Faktor-faktor yang menyebabkan kompaksi dapat disebabkan oleh pembebanan unit stratigrafi di atasnya ataupun litologi unit itu sendiri. Kedua model tersebut memiliki parameter porositas awal dan koefisien kompaksi yang berbeda.

Model pada Gambar 5b dan 5c memperlihatkan nilai porositas awal dan koefisien kompaksi yang berbeda. Pada model linear, porositas awal ( $\phi_0$ ) bernilai 46,3% dengan koefisien kompaksi (c) bernilai 0,0081. Berbeda dengan model linear, model eksponensial menghasilkan nilai porositas awal yang lebih besar. Nilai ( $\phi_0$ ) berdasarkan hubungan eksponensial pada sebaran data porositas batupasir Formasi Eive adalah 72,1%. Berbanding terbalik dengan Gambar 5b, nilai koefisien kompaksi pada Gambar 5c mencerminkan harga yang lebih kecil. Nilai koefisien kompaksi (c) pada Gambar 5c yang menggunakan model eksponensial memiliki nilai c sebesar 0,00039.

Namun demikian, model linear dan eksponensial memiliki implikasi yang berbeda. Berdasarkan pada persamaan dari model linear Gambar 5b,  $\phi = 46.3 - 0.0081y$ , nilai porositas akan negatif ketika mencapai kedalaman berkisar lebih dari 5800 m. Padahal, kenyataannya di alam tidak ada nilai porositas yang negatif.

Hubungan yang lebih realistis adalah eksponensial seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5c. Melalui persamaan tersebut,  $\phi = 72.1e^{-0.00039y}$ , tidak adanya nilai porositas negatif seiring dengan bertambahnya kedalaman. Pada kedalaman (y) yang dangkal, porositas tidak akan terlalu besar. Semakin bertambahnya kedalaman (y), nilai porositas akan semakin mengecil, tetapi tidak akan mencapai negatif hanya mendekati nilai nol atau bersifat asimtotik. Hubungan porositas-kedalaman yang demikian lebih dapat diterima dan lebih logis.

#### KESIMPULAN

Telah didapatkan tahapan penentuan nilai porositas awal ( $\phi_0$ ) dan koefisien kompaksi (c) melalui proses regresi non-linear yang tercermin pada Persamaan (15). Kompleksitas persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan metode iterasi ataupun metode numerik lainnya. Model eksponensial lebih realistis dibandingkan dengan model linear. Melalui penentuan nilai porositas awal

dan koefisien kompaksi, maka pada Persamaan (3) yang merupakan formulasi untuk penentuan ketebalan yang belum terkompaksi (dekompaksi) dapat terpenuhi.

#### UCAPAN TERIMAKASIH

Terima kasih terhadap segenap tim dari Laboratorium Stratigrafi, Fakultas Teknik Geologi, Universitas Padjadjaran yang telah membantu dalam penulisan ini. Tulisan ini diharapkan dapat bermanfaat banyak bagi khalayak umum lainnya.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Allen, P. A. dan John, R. A., 2005, *Basin Analysis, Principles and Applications*, Blackwell Publishing: Singapore.
- Averigine, C. L., Paul, L. H., dan Chris, P., 1990, *Quantitative Sedimentary Basin Modeling*, AAPG, 247 pp.
- Brain, M. J., 2016, *Past, Present and Future Perspectives of Sediment Compaction as Driver of Relative Sea Level and Coastal Change*, Curr. Clim. Change Rep.: Springerlink, Vol. 2, p. 75-85.
- Gabasova, L. R., dan Edwin, S. K., 2018, *Compaction and sedimentary basin analysis on Mars*, Planetary and Space Science: Elsevier, Vol. 152, p. 86-106.
- Issler, D. R., 1992, *A New Approach to Shale Compaction and Stratigraphic Restoration, North. Canada*, AAPG Bulletin 76.
- Kesumajana, A.H.P., 1997, Pengembangan Perangkat Lunak untuk Pemodelan Komputer Geohistori Cekungan di Indonesia, ITB, tidak dipublikasikan.
- Sclater, J. G. dan P. A. F. Christie, 1980, *Continental stretching: An explanation of the Post-Mid-Cretaceous subsidence of the Central North Sea Basin*, Jour. of Geop. Research: Solid Earth, Vol. 85, Issue B7.
- Springer, J., 1993, *Decompaction and Backstripping with Regard to Erosion, Salt Movement, and Interlayered Bedding*, Computer & Geosciences: Great Britain, Vol. 19, No. 8, pp. 1115-1125.
- Stefaniuk, M. dan Tomasz, M., 2000, *A compacted thickness correction in the palaeotectonic reconstruction*, Geological Quarterly, Vol. 44, p. 101-108.