

APLIKASI FILTER KONTINUASI KEATAS DAN ANALISA SPEKTRAL TERHADAP DATA MEDAN POTENSIAL

Oleh:
N. Avisena M.Si

ABSTRACT

Di antara sifat fisis batuan yang mampu membedakan antara satu macam batuan dengan batuan lainnya adalah massa jenis atau densitas batuan. Distribusi massa jenis yang tidak homogen pada batuan penyusun kulit bumi akan memberikan variasi harga medan gravitasi di permukaan bumi. Metode medan gravitasi adalah metode penyelidikan dalam geofisika yang *didasarkan pada variasi medan gravitasi di permukaan bumi*.

Ukuran dan kedalaman dari benda anomali yang akan dicari menentukan spasi observasi optimum untuk survei gravitasi. Berdasarkan *teori sampling bahwa spasi observasi harus lebih kecil dari setengah panjang gelombang anomali target*. Untuk struktur dangkal, maka spasi observasi sebanding dengan dimensi dari struktur tersebut atau dua kali dimensi untuk struktur yang lebih dalam dapat mendeteksi keberadaan struktur tersebut tetapi tidak dapat menjelaskan bentuknya. Empat titik observasi yang melalui suatu struktur, dengan dua titik pada sisi, dua lainnya ditengah (dengan spasi sekitar $1/3$ dari ukuran struktur) akan memberikan gambaran yang masuk akal dari struktur tersebut.

Keywords : Anomali gravitasi, Transformasi Fourier, Power Spektrum.

PENDAHULUAN

Literatur dalam eksplorasi geofisika sangat banyak yang menyajikan masalah dalam menganalisa anomali gravitasi. Berbagai macam metode grafik, numerik atau analitik telah dikembangkan sejak diketahui bahwa survei gravitasi merupakan sebuah alat yang penting untuk investigasi bukan hanya sumber mineral tetapi juga struktur geologi regional.

Telah diketahui bahwa prosesing data medan potensial, termasuk teknik filtering yang dapat dilakukan baik dalam domain spasial (ruang) atau domain frekuensi. Mayoritas dari prosesing data digunakan untuk berhubungan secara langsung dengan harga sesungguhnya dalam domain spasial karena *kemudahan perlakuannya dalam komputasi numeris*.

Kehadiran algoritma *Transformasi Fourier Cepat* (Fast Fourier Transform), telah amat sangat membantu dalam mengurangi tingkat kesulitan prosesing data anomali gravitasi dalam domain frekuensi, terutama sekali dengan adanya komputer untuk menghitung *Power Spectrum* dalam dua dimensi atau tiga dimensi.

Dalam bab-bab selanjutnya akan dijelaskan proses teknis dalam domain spasial dari salah satu metode filtering, yaitu operasi kontinuitas, meskipun disana masih ada banyak proses filtering. Juga proses teknis dalam domain frekuensi dari analisa spektral sebuah profile anomali. Dan penjelasan hasil operasi filtering dan analisa spektral.

Tujuan dari operasi filtering adalah untuk memberikan informasi yang efektif yang berkaitan dengan struktur tertentu yang dicari dan memberikan gambaran yang cukup jelas dari struktur geologi yang akan dianalisa.

2. LANDASAN TEORI

2.1. KONTINUASI

Kontinuasi keatas adalah transformasi suatu medan potensial terukur pada suatu permukaan ke suatu bidang permukaan yang lain jauh di atas permukaan sumber. Tujuannya untuk menampakan anomali yang disebabkan oleh sumber yang lebih dalam atau menghilangkan anomali yang disebabkan oleh sumber dangkal. Dari identitas Green ketiga menyatakan bahwa kontinuasi ke atas selalu mungkin dilakukan. Jika fungsi U adalah harmonik, kontinu dan mempunyai turunan kontinu di dalam ruang R , maka harga U pada sembarang titik P didalam R dinyatakan dalam fungsi

$$U(p) = \frac{1}{4\pi} \int_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} \right) dS \quad (2.1)$$

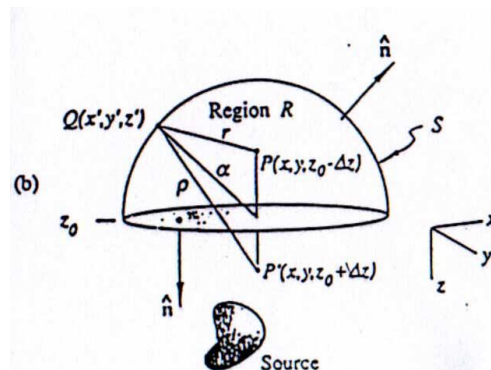
dimana s menyatakan batas dari R , n arah normal ke luar dan r jarak dari P ke titik integrasi dari S . Persamaan ini menggambarkan prinsip dasar kontinuasi keatas yaitu suatu potensial dapat dihitung pada sembarang titik didalam sebuah ruang dari sifat medan pada permukaan yang dilingkupi ruang tersebut.

Kontinuasi paling sederhana adalah untuk medan potensial terukur pada bidang rata (level surface), kemudian diturunkan seperti dilakukan oleh Henderson (1949). Menggunakan sistem koordinat kartesian dimana sumbu- z ke bawah, kemudian diasumsikan suatu medan potensial terukur pada suatu bidang rata di $z=z_0$, dan diinginkan suatu medan dititik tunggal $P(x,y,z_0-\Delta z)$ diatas bidang rata. Dimana $\Delta z > 0$. Permukaan S yang terdiri atas bidang rata dan setengah bola (hemisphere) dengan radius α , seperti ditunjukkan oleh gambar 2.1. Sumber berada pada $z > z_0$.

Jika $\alpha \rightarrow \infty$, maka

$$U(x, y, z_0 - \Delta z) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U(x', y', z_0)}{\partial z'} - U(x', y', z_0) \frac{\partial}{\partial z'} \frac{1}{r} \right) dx' dy' \quad (2.2)$$

dimana $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z_0 - \Delta z - z')^2}$ dan $\Delta z > 0$.



Gambar 1. Kontinuasi ke atas dari suatu bidang horisontal. Titik P' proyeksi dari P . Integrasi pada permukaan S , serta r dan ρ masing-masing menyatakan jarak dari Q ke P dan dari Q ke P'

Dalam aplikasi, persamaan (2.2) memerlukan gradien vertikal U . Oleh karena itu identitas kedua green untuk mengeliminasi suku derivatif dalam persamaan tersebut. Jika V adalah suatu fungsi harmonik yang lain di dalam R , maka identitas kedua Green menghasilkan :

$$\frac{1}{4\pi} \int_s \left(V \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial V}{\partial n} \right) ds = 0$$

dan ditambahkan ke persamaan (2.1) menghasilkan
(2.3)

$$U(p) = \frac{1}{4\pi} \int_s \left[\left(\left(V + \frac{1}{r} \right) \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial}{\partial n} \left(V + \frac{1}{r} \right) \right) \right] ds$$

Untuk mengeliminasi suku pertama dari integran, diperlukan fungsi harmonik V demikian sehingga $V+1/r=0$ pada setiap titik dari S. dipilih P' sebagai bayangan dari pada $(x,y,z_0+\Delta z)$ dan diberikan $V=-1/\rho$ dimana

$$\rho = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z_0 + \Delta z - z')^2}$$

V yang terdefinisi disini memenuhi syarat yang diperlukan yaitu $V+1/r=0$ pada bidang horisontal, $V+1/r$ akan hilang pada bidang hemisfer jika α membesar dan V selalu harmonik karena ρ tidak pernah hilang, sehingga persamaan (2.3) menjadi

$$U(p) = \frac{1}{4\pi} \int_s \left[\left(\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho} \right) \right) \right] ds$$

jika hemisfer membesar, suku pertama hilang pada setiap titik pada s, dan suku kedua akan hilang kecuali pada permukaan horisontal, sehingga persamaan menjadi

$$U(x, y, z_0 - \Delta z) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x', y', z_0) \frac{\partial}{\partial z'} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} \right] dx' dy'$$

Dengan melakukan derivatif dan membawa z' ke bidang horisontal akan diperoleh persamaan

$$U(x, y, z_0 - \Delta z) = \frac{\Delta z}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(x', y', z_0)}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + \Delta z^2]^{3/2}} dx' dy', \Delta z > 0 \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) disebut sebagai integral kontinuitas ke atas, yang menunjukkan cara bagaimana menghitung nilai dari sebuah medan potensial pada sembarang titik diatas bidang horisontal dari suatu medan dipermukaan.

Agar menghitung (2.4) lebih efisien, perlu dikerjakan dalam domain Fourier, sehingga persamaan tersebut merupakan konvolusi dua dimensi:

$$U(x, y, z_0 - \Delta z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x', y', z_0) \psi_u(x-x', y-y', \Delta z) dx' dy' \quad (2.5)$$

dimana

$$\psi_u(x, y, \Delta z) = \frac{\Delta z}{2\pi (x^2 + y^2 + \Delta z^2)^{3/2}} \quad (2.6)$$

potensial U diukur pada permukaan $z=z_0$ memenuhi ketidaksamaan $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx < \infty$, maka medan

U tersebut mempunyai transformasi Fourier $F[U]$. Transformasi dari persamaan (2.4) ke dalam domain Fourier diperoleh dengan memanfaatkan teorema konvolusi Fourier, sehingga diperoleh

$$F[U_u] = F[U]F[\psi_u] \quad (2.7)$$

Dengan $F[U_u]$ merupakan transformasi Fourier dari medan kontinuasi ke atas. Untuk memperoleh $F[U_u]$, maka diperlukan transformasi Fourier $F[\psi_u]$ dari persamaan (2.6)

$$\psi_u(x, y, \Delta z) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \Delta z} \frac{1}{r} \quad (2.7)$$

dengan $r = \sqrt{x^2 + y^2 + \Delta z^2}$. Jadi transformasi Fourier dari persamaan (2.7) adalah

$$\begin{aligned} F[\psi_u] &= -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \Delta z} F\left[\frac{1}{r}\right] \\ &= -\frac{\partial}{\partial \Delta z} \frac{e^{-|k|\Delta z}}{|k|} = e^{-\Delta z|k|}, \Delta z > 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Kontinuasi medan potensial dari suatu bidang ke bidang lain dapat dilakukan dengan mengalikan hasil transformasi Fourier data pengukuran terhadap suku eksponensial persamaan (2.8), kemudian dilakukan inversi dari hasil transformasi tersebut. Terlampir listing program untuk proses kontinuasi keatas.

2.2. PERSAMAAN POWER SPEKTRUM 1 DIMENSI (1D)

Untuk analisa spektral 1 dimensi, data anomali gravitasi yang terdistribusi pada suatu penampang lintang (cross section) dapat diekspansikan dalam deret Fourier terbatas (Untung dan Sato, 1978) sebagai berikut :

$$\Delta \bar{g}(x_i) = \sum_{n=0}^v \lambda_n \left(A_n \cos \frac{n\pi x_i}{L} + B_n \sin \frac{n\pi x_i}{L} \right) \quad (2.9)$$

dengan :

- $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ $A_n =$ koefisien suku kosinus
- $B_n =$ koefisien suku sinus, $L =$ setengah panjang interval cuplik
- $N =$ jumlah maksimum data pada arah x , $x_i =$ interval cuplik pada arah x
- $\lambda_n = 1/2$ untuk $n = 0$, $\lambda_n = 1$ untuk $n > 0$

Koefisien bagian riil dan imajiner adalah :

$$A_n = \frac{2}{K} \sum_{m=0}^K \Delta g_k(x_i) \cos n\pi \left(\frac{2m}{K} - 1 \right) \quad (2.10)$$

$$B_n = \frac{2}{K} \sum_{m=0}^K \Delta g_k(x_i) \sin n\pi \left(\frac{2m}{K} - 1 \right) \quad (2.11)$$

dengan :

$K = 2L/x_i$ adalah harga indeks maksimum dari titik-titik cuplik kearah x ,

$x_i = \left(\frac{2m}{K} - 1 \right) L$ dan m adalah harga indeks sebarang pada arah x .

Persamaan Power Spektrum untuk 1 dimensi dapat ditulis sebagai berikut :

$$S_n = (A_n^2 + B_n^2) \quad (2.12)$$

2.3. PERSAMAAN KEDALAMAN BIDANG BATAS

Hubungan dalam kawasan frekuensi antara anomali medan gravitasi Bouguer dengan distribusi densitas disepanjang bidang batas dimana terdapat kontras densitas (Untung dan Sato, 1978) adalah :

$$\Delta g(\omega) = 2\pi G \Delta \sigma(\omega) e^{-\omega d} \quad (2.13)$$

dengan,

- $\Delta g(\omega)$ = frekuensi respon dari anomali gravitasi
- $\Delta \sigma(\omega)$ = frekuensi respon dari kontras densitas
- d = kedalaman bidang batas dari referensi spherois
- ω = frekuensi sudut

Jika distribusi densitas adalah random dan tidak ada korelasi diantara masing-masing harga anomali medan gravitasi, maka spektrumnya dapat ditulis sebagai berikut :

$$\Delta \sigma(\omega) = 1 \quad (2.14)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.10) dan (2.11) ke persamaan (2.12), kemudian dengan menggunakan persamaan (2.13) dan (2.14), maka diperoleh :

$$S = C e^{-2\omega|d|} \quad (2.15)$$

Dapat pula ditulis sebagai berikut :

$$\ln S = \ln C - 2 \omega|d| \quad (2.16)$$

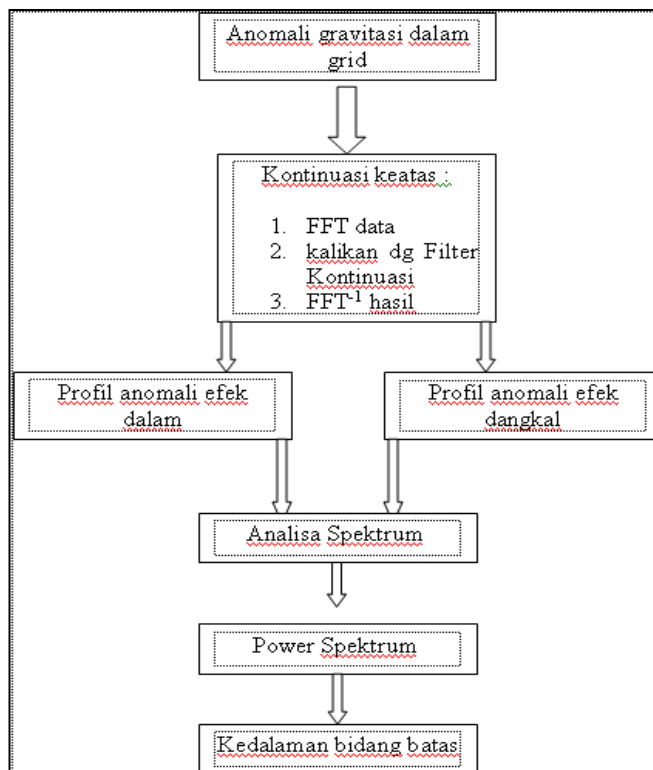
dengan,

- C = suatu konstanta, $\Omega = 2\pi k$ adalah frekuensi sudut
- k = bilangan gelombang (putaran/km)
- d = kedalaman bidang batas dibawah spheroida referensi (km)

jika diambil selisih dari dua logaritma power spektrum pada persamaan (2.15), maka kedalaman bidang batas benda penyebab anomali adalah :

$$|d| = -\frac{1}{4\pi} \frac{\ln S_1 - \ln S_2}{k_1 - k_2} \quad (2.17)$$

Dari persamaan (2.15) jika digambarkan logaritma spektrumnya ($\ln S$ vs k) akan terlihat bahwa kedalaman sumber sebanding dengan besarnya kemiringan (slope). Prinsip inilah yang digunakan untuk memperkirakan kedalaman sumber anomali. Hal ini juga dapat diterapkan untuk kasus 2 dimensi, sehingga didapatkan sebaran kedalaman sumber anomali pada suatu luasan tertentu.



Gambar 2. Diagram alir proses filtering dan analisa spektrum

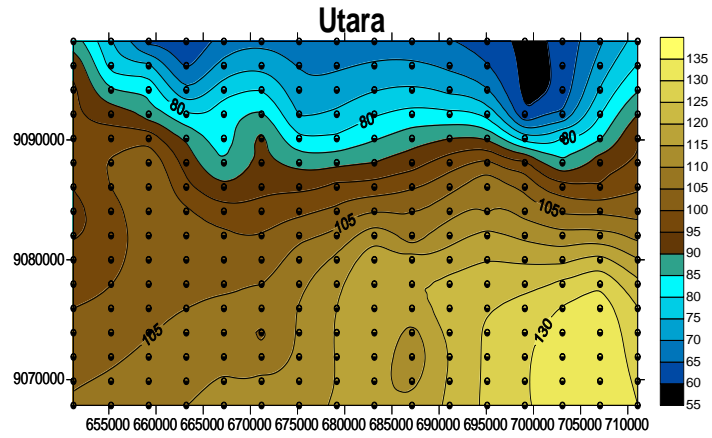
4. PEMBAHASAN

Secara umum ada dua jenis koreksi yang harus dikenakan pada data gravitasi hasil pengukuran di lapangan. Satu jenis berhubungan dengan waktu. Jika gravitometer berada pada satu titik dan tidak berubah, maka pengukuran pada titik tersebut akan berubah terhadap waktu. Hal ini disebabkan oleh dua hal, yaitu *kelelahan alat* (drift), juga akibat adanya pengaruh gravitasi matahari dan bulan yang menyebabkan terjadinya *pasang-surut* di bumi. Jenis kedua dari koreksi yaitu yang berhubungan dengan ruang. Koreksi ini berhubungan dengan posisi lintang dan ketinggian juga topografi daerah pengukuran. Koreksi ini ada beberapa macam, yaitu *koreksi lintang, koreksi udara bebas, koreksi Bouguer dan koreksi terrain*. Semua koreksi dilakukan secara simultan pada data gravitasi sehingga diperoleh harga anomali gravitasi

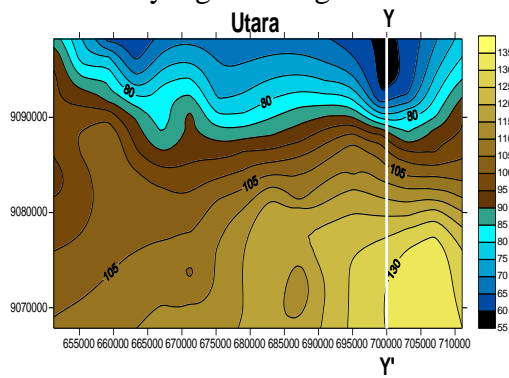
Anomali gravitasi adalah perbedaan antara harga gravitasi yang terukur dengan harga gravitasi secara teoritis pada bumi homogen spheroid. Dengan melakukan koreksi pada data gravitasi yang terukur, berarti semua efek gravitasi teoritis telah kita hilangkan. Sehingga yang didapatkan benar-benar murni harga anomali gravitasi akibat perbedaan densitas yang ada dibawah permukaan.

Pada makalah ini, data gravitasi sudah mengalami pemrosesan awal hingga siap untuk dilakukan proses selanjutnya, yaitu filtering dan analisa spektrum. Sebagaimana telah diketahui bahwa harga anomali gravitasi yang didapat merupakan *superposisi* dari benda anomali yang berasal dari struktur dangkal (lokal) dan struktur dalam (regional). Untuk memudahkan interpretasi maka perlu dilakukan proses filtering, sehingga didapatkan harga anomali gravitasi akibat efek lokal atau regional, sesuai dengan tujuan survei gravitasi itu sendiri.

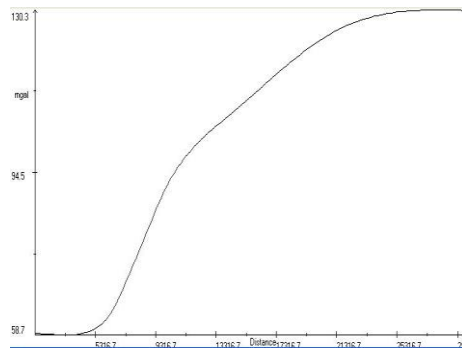
Pada makalah ini dilakukan kontinuitas keatas dengan beberapa ketinggian (level surface) terhadap data anomali Bouguer lengkap yang telah digrid, untuk memperlihatkan efek ketinggian terhadap hasil filtering. Proses kontinuitas keatas diibaratkan pengukuran dilakukan di tempat yang lebih tinggi, sehingga dapat meminimasi efek lokal dan yang tampak adalah efek regionalnya saja. Ketinggian kontinuitas dipilih sedemikian rupa hingga, efek lokal tertekan sekecil mungkin. Hal ini dapat dilihat dari kontur anomalnya.



Gambar 3. kontur anomali Bouguer Lengkap dengan interval 5 mgal dan titik-titik pengukuran yang telah digrid.



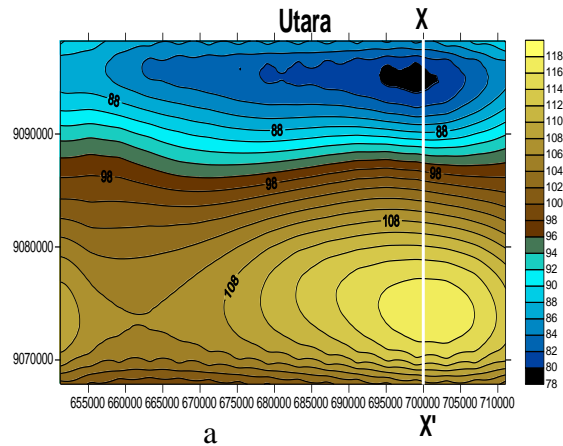
a



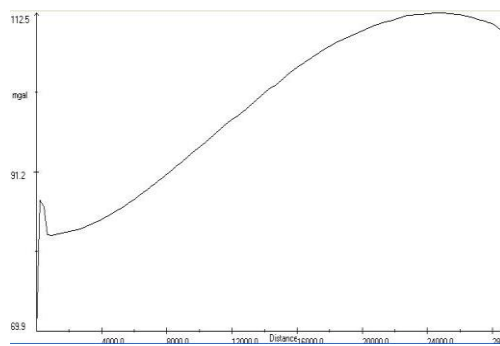
b

Gambar 4. (a) kontur anomali sebelum di filter, (b) profil lintasan YY'

Pada gambar 3 tampak kontur anomali Bouguer Lengkap yang telah tergrid, sedangkan pada gambar 4(a) dan 4(b), dipilih sebuah profil lintasan dan tampilan sinyalnya.



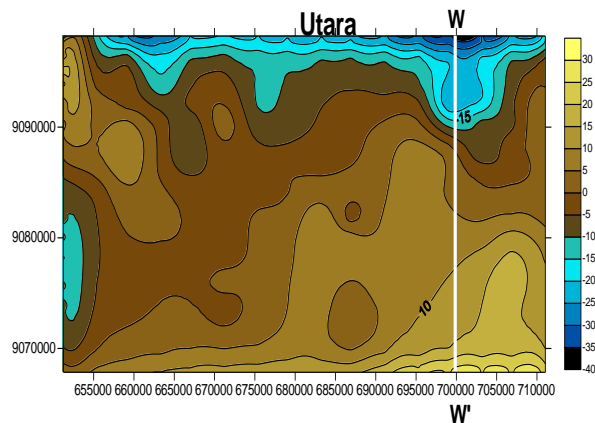
a



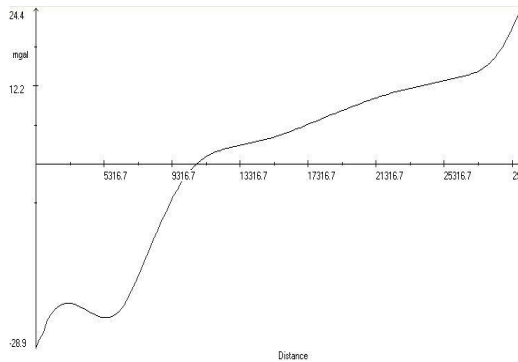
b

Gambar 5. (a) kontur anomali regional setelah data mengalami kontinuitas 4000m, (b) profil lintasan XX'

Gambar 5(a) adalah kontur anomali regional dari data setelah mengalami kontinuitas keatas 4000m. gambar 5(b) adalah profil anomali dari irisan lintasan XX' yang kemudian akan dianalisa sinyalnya lebih lanjut. Gambar 6(a) adalah kontur anomali lokal sebagai selisih dari anomali Bouguer lengkap dan anomali regional dari kontinuitas keatas 4000m. gambar 6(b) adalah tampilan sinyal dari lintasan WW'.



a

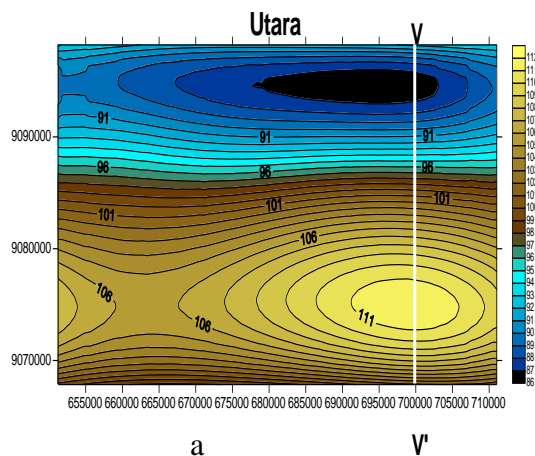


b

Gambar 6. (a) kontur anomali lokal = data awal-anomali regional dari kontinuasi 4000m, (b) profil lintasan WW'

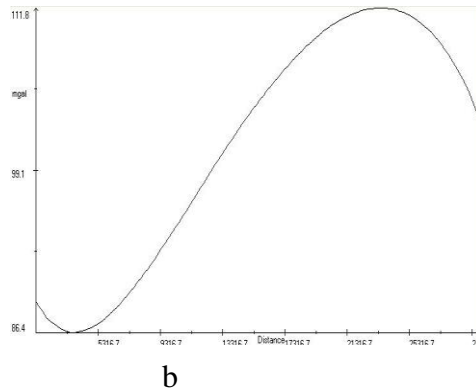
Gambar 7(a) adalah kontur anomali regional dari data anomali Bouguer lengkap setelah mengalami kontinuasi keatas sebesar 7000m. gambar 7(b) adalah tampilan sinyal dari lintasan VV'. Gambar 7(a) adalah kontur anomali lokal sebagai selisih antara anomali Bouguer lengkap dan anomali regional hasil kontinuasi 7000m.

Tahap selanjutnya adalah melakukan analisa spektrum dari profil anomali regional dan anomali lokal yang sudah didapat. Tujuan dari analisa power spektrum ini adalah untuk mengetahui kedalaman bidang batas dari sumber penyebab anomali, baik itu lokal maupun regional dengan memanfaatkan persamaan (2.17). Dengan melakukan analisa spektrum anomali regional diharapkan akan didapat kedalaman bidang batas regional, kemudian dibandingkan hasilnya untuk data kontinuasi 4000m dan 7000m. Sedangkan tujuan analisa spektrum anomali lokal yaitu untuk mendapatkan gambaran kedalaman bidang batas lokalnya, kemudian dibandingkan untuk kedua hasil kontinuasi. Kedalaman bidang batas dalam hal ini adalah besar kemiringan (slope) dari Log Power Spektrum terhadap Frekuensi dalam hal ini adalah Bilangan Gelombangnya (wave number)

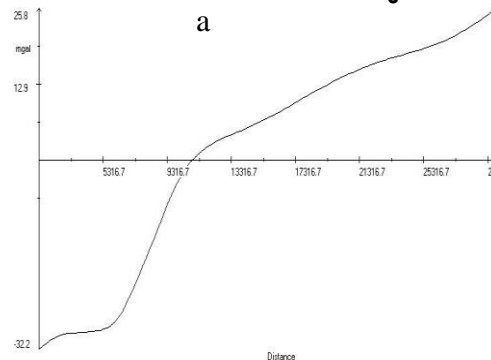
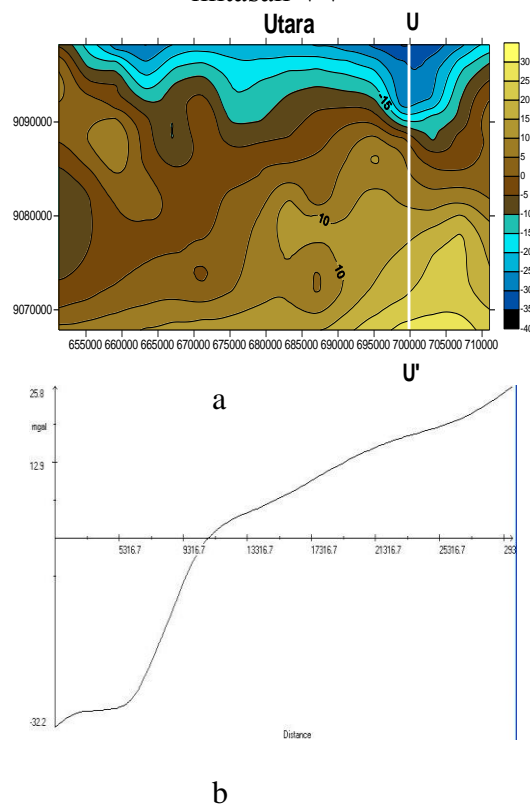


a

V'



Gambar 7. (a) kontur anomali regional setelah data mengalami kontinuasi 7000m, (b) profil lintasan VV'

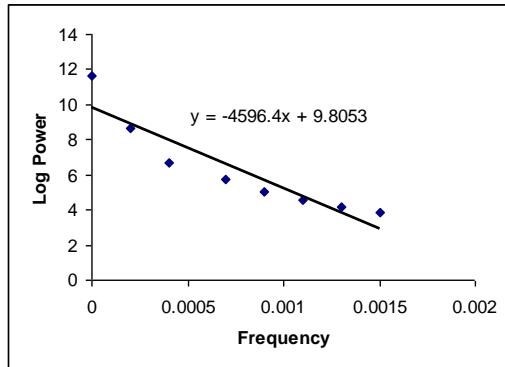


Gambar 8. (a) kontur anomali lokal = data awal-anomali regional dari kontinuasi 7000m, (b) profil lintasan UU'

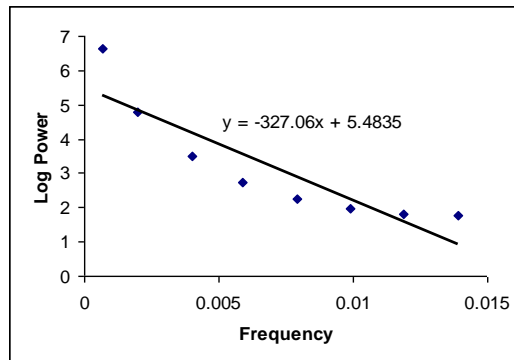
Gambar 9 merupakan hasil dari analisa power spektrum profil XX' yang diambil dari kontur anomali regional hasil kontinuasi 4000m. Harga mutlak slopenya 4596.4m sebagai kedalaman bidang batas regional. Sedangkan pada gambar 10 sebagai hasil analisa power spektrum profil WW' didapatkan kedalaman bidang batas lokal 327.06m.

Sedangkan pada gambar 11 terlihat analisa power spektrum lintasan VV' dan didapatkan kedalaman bidang batas regional 4765.8m, sedikit lebih dalam dari harga kedalaman bidang batas profil XX' sebagai hasil kontinuasi 4000m. pada gambar 12 didapatkan kedalaman bidang batas dari analisa power spektrum lintasan UU' sebesar 236.61m, sedikit lebih dangkal dari hasil lintasan WW'. Dari hasil beberapa kali coba-coba

dapat disimpulkan bahwa semakin tinggi kontinuitas maka akan memberikan kedalaman bidang batas regional yang semakin dalam dan kedalaman bidang batas lokal yang semakin dangkal. Hal ini bersesuaian dengan sifat dasar kontinuitas keatas yaitu menekan efek lokal yang ada pada data anomali. Hanya saja ada masalah yang timbul, yaitu sejauh mana kontinuitas keatas dilakukan?

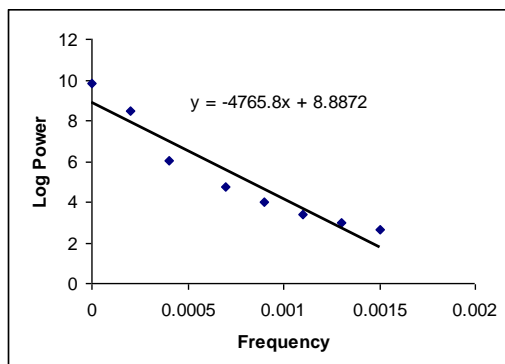


Gambar 9. Power Spektrum dari profil lintasan XX', menghasilkan kedalaman bidang batas regional 4596.4 meter

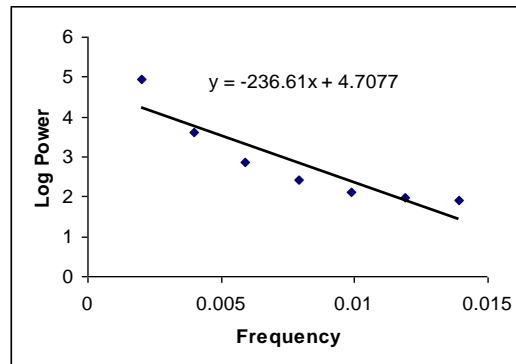


Gambar 10. Power Spektrum dari profil lintasan WW', menghasilkan kedalaman bidang batas lokal 327.06 meter.

Kemudian dipilihlah ketinggian 4000m dan 7000m, pemilihan ini didasarkan untuk menjaga konvergensi data juga untuk memudahkan dalam penentuan densitas model. Pada pengangkatan di bawah 4000 m kontur anomali Bouguer lengkap regional cenderung serupa dengan kontur anomali Bouguer lengkap juga efek lokal masih berpengaruh terhadap anomali regionalnya, dan pada pengangkatan di atas 7000 m didapatkan pola kontur yang cenderung tetap.



Gambar 11. Power Spektrum dari profil lintasan VV', menghasilkan kedalaman bidang batas regional 4765.8 meter



Gambar 12. Power Spektrum dari profil lintasan UU', menghasilkan kedalaman bidang batas lokal 236.61 meter.

5. KESIMPULAN

Setelah melakukan serangkaian proses yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, yaitu proses kontinuitas keatas dan analisa spektrum, didapatkan beberapa kesimpulan :

1. Metode kontinuitas keatas merupakan salah satu metode filtering yang cukup handal dalam memfilter data medan potensial
2. Komputasi dari metode kontinuitas keatas akan lebih mudah jika menggunakan Transformasi Fourier Cepat (Fast Fourier Transform)
3. Dengan analisa spektrum dapat diketahui kedalaman bidang batas sumber anomali yang akan berguna untuk proses interpretasi.

6. DAFTAR PUSTAKA

- Blakely, R.J., 1995, *Potential Theory in Gravity and Magnetic Application*, Cambridge University Press, USA
- Bracewell, Ron., 1986, *The Fourier Transform and Its Applications*, 2nd rev.ed, Mc Graw Hill, New York
- Parasnis, D.S., 1972, *Principles of Applied Geophysics*, Chapman and Hall Ltd. London
- Untung, M., dan Sato, Y., 1978, *Gravity and Geological Studies in Java, Indonesia*. Directorate General of Mines Geological Survey of Indonesia.